

1. Dokažte:

$$30 \mid n^5 - n$$

2. V 9 hodin vyjel Pavel na kole z A do B rychlostí 15 km/h. V 9 hodin 45 minut vyjel Petr z B do A rychlostí 20 km/h. Oba přátelé se chtěli setkat přesně v polovině cesty a uspořádat tam piknik. Podařilo se jim dojet do této poloviny současně? V kolik hodin se setkali a kolik každý ujel? (str. 7/ 4)

3. Do fotbalového mistrovství postoupilo n mužstev. Každá dvě mužstva mají sehrát právě jeden zápas. Dokažte, že v jakékoli fázi mistrovství mají vždy některé dvě mužstva odehrán stejný počet zápasů. (str. 26/ 8 – Dirichletův princip)

4. Dokažte, že pro všechna kladná a, b, c, d , jejichž součin je roven jedné, platí:

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ab + ac + ad + bc + bd + cd \geq 10. \text{ (str. 14/ 6)}$$

5. Karton má tvar pravoúhelníku 20 cm x 32 cm. V jeho rozích se mají vystřihnout a straně délky x tak abychom po ohnutí pravoúhelníků, které vznikaly odstřížením čtverců a slepení těch okrajů délky x , které se ohnutím dostaly k sobě, obdrželi krabici tvaru kvádra. Určete x tak, aby objem krabice byl maximální. (str. 18 /1)

6. Do rotačního kužele o poloměru R a výšce h vepište válec s maximálním pláštěm. (str. 16/15)